

Esercizio 1

Si consideri la formulazione P di un dato problema di PL0-1:

$$\begin{aligned}x_1 + x_2 + x_6 &\leq 1 \\x_3 + x_4 + x_7 &\leq 1 \\x_2 + x_6 + x_3 + x_7 &\leq 1 \\x_4 + x_5 &\leq 1 \\x_1 + x_5 &\leq 1 \\x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 + x_7 &\leq 2\end{aligned}$$

Date le disuguaglianze $I : x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 \leq 2$ e $J : x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 + x_7 \leq 2$ dimostrare o confutare le seguenti affermazioni:

1. I e J sono valide per $\text{conv}(S)$ (dove $S = P \cap \{0,1\}^7$). In caso affermativo si calcoli il relativo rango di Chvátal rispetto alla formulazione P.
2. I e J sono facce massimali di $\text{conv}(S)$.

Trovare altre disuguaglianze valide per $\text{conv}(S)$ e dire se sono facce massimali.

Esercizio 2

Dato l'insieme $S = \{x \in R \times Z_+ : x_1 - x_2 \leq 2, x_1 + 2x_2 \geq 1, 2x_1 + 2x_2 \geq 1\}$, disegnare e descrivere $\text{conv}(S)$ attraverso le sue facce massimali.

Esercizio 3

Risolvere il seguente problema di PLI con l'algoritmo dei piani di taglio di Gomory:

$$\begin{aligned}\min \quad & 2x_1 + 3x_2 + 4x_3 + x_4 \\ & 2x_1 + x_2 + x_3 = 1 \\ & x_1 + 2x_2 + x_4 = 2 \\ & x_i \in Z_+\end{aligned}$$

Esercizio 4

Dato il grafo in figura, sia S la collezione degli insiemi di archi che contengono un cammino da s a t . Si determini se il punto $\bar{x} = (0.3, \dots, 0.3)$ appartiene a $\text{conv}(S)$ e, in caso contrario, si individui una disuguaglianza lineare che separa $\bar{x}$ da $\text{conv}(S)$.

